

Вариант 1.

Задание 1: Вычислить интегралы:

а) $\int \left(x^2 - 2x + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}};$

в) $\int \frac{x^2}{(1+3x^3)^2} dx;$

г) $\int \frac{x}{1+3x^2} dx;$

д) $\int \frac{\cos x}{1-2\sin x} dx;$

е) $\int e^{-x^2} x dx;$

ж) $\int \sin 2x dx;$

з) $\int \left(\cos \frac{x}{3} + 1 \right) dx;$

и) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}};$

к) $\int \frac{3^x}{3^{2x} + 1} dx;$

л) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 4};$

м) $\int x e^{-2x} dx;$

н) $\int x^2 \ln x dx;$

о) $\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx;$

п) $\int \frac{x^4 + 2}{x^3 + 3x} dx;$

р) $\int \frac{dx}{1+3\cos x};$

с) $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx;$

т) $\int \sin x \cos 2x dx;$

у) $\int \cos^2 x dx;$

ф) $\int (e^x + 2)^3 dx.$

Задание 2: Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x};$

б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

Задание 3: Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной параболой: $y = \frac{x^2}{2} - x + 1$ и $y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 6;$

б) длину дуги кривой: $y = \ln x$ от точки с абсциссой $x_1 = \frac{3}{4}$ до точки $x_2 = 2,4;$

в) объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной гиперболой $y = \frac{6}{x}$, осью OY и прямыми $y = 1$ и $y = 6.$

Вариант 2.

Задание 1: Вычислить интегралы:

а) $\int \left(x^4 - \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3} - 11 \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}};$

в) $\int \frac{xdx}{(5x^2+1)^2};$

г) $\int 7^x \sqrt{3 \cdot 7^x + 4} dx;$

д) $\int \frac{x^2}{1+3x^3} dx;$

е) $\int \frac{e^{-x}}{e^{-x}+4} dx;$

ж) $\int \sin 5x dx;$

з) $\int \frac{dx}{1+3x^2};$

и) $\int \operatorname{tg} 3x dx;$

к) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+4x^2}};$

л) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 3};$

м) $\int (x+3)e^{2x} dx;$

н) $\int x \arccos x dx;$

о) $\int \frac{3x^2-1}{x^3-x} dx;$

п) $\int \frac{x^3+1}{x^2-4} dx;$

р) $\int \frac{dx}{2-2\sin x};$

с) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+1} + \sqrt[4]{3x+1}};$

т) $\int \cos 3x \sin 2x dx;$

у) $\int \sin^4 x \cdot \cos x^5 dx;$

ф) $\int \sqrt{e^x+1} dx.$

Задание 2: Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}};$

б) $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4}.$

Задание 3: Вычислить:

а) площадь фигуры, заключенной между кривой $y = 4 - x^2$ и осью Ox ;

б) длину дуги кривой $y = 1 - \ln \cos x$ в пределах от $x_1 = 0$ до $x_2 = \frac{\pi}{4}$;

в) объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной кривыми

$$y = \frac{2}{1+x^2}.$$

Вариант 3.

Задание 1: Вычислить интегралы:

а) $\int \left(x^2 - \sqrt[4]{x^3} + \frac{2}{x} - 3 \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}};$

в) $\int \frac{x^2}{(1-4x^3)^2} dx;$

г) $\int \frac{x dx}{x^2 + 5};$

д) $\int \frac{\cos 3x}{1 + \sin 3x} dx;$

е) $\int e^{-2x^2} \cdot x dx;$

ж) $\int a^{3x} dx;$

з) $\int (2 + \sin 2x) dx;$

и) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx;$

к) $\int 2^x \operatorname{tg} 2^x dx;$

л) $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx;$

м) $\int x e^x dx;$

н) $\int x \arcsin 5x dx;$

о) $\int \frac{x^2 + 2x - 2}{x^3 - 9x} dx;$

п) $\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 2x} dx;$

р) $\int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x};$

с) $\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}} dx;$

т) $\int \cos 4x \cdot \cos 5x dx;$

у) $\int \sin^3 x dx;$

ф) $\int (e^x - 4)^2 dx.$

Задание 2: Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_0^{\infty} e^{-x} dx;$

б) $\int_0^1 \ln x dx.$

Задание 3: Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной линией $y = x^2 - 5$, осью Ox и осью Oy ($y < 0$);

б) длину дуги кривой $y = \frac{1}{3}(x-3)\sqrt{x}$ между точками пересечения её с Ox ;

в) объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = 3x^2 + 1$ и прямой $y = 3x + 7$.

Вариант 4.

Задание 1: Вычислить интегралы:

а) $\int \left(1 - 2\sqrt[3]{x} + \frac{7}{x^4} \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+2x}};$

в) $\int \frac{xdx}{(3+x^2)^3};$

г) $\int \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx;$

д) $\int \frac{x^2}{1+4x^3} dx;$

е) $\int \frac{e^x}{1-2e^x} dx;$

ж) $\int e^{-x^3} x^2 dx;$

з) $\int \sin 2x dx;$

и) $\int \frac{dx}{\cos^2 3x};$

к) $\int \frac{x dx}{\sin x^2};$

л) $\int \frac{dx}{5+4x^2};$

м) $\int (x+2)\cos 5x dx;$

н) $\int \arcsin 4x dx;$

о) $\int \frac{x-3}{x^3+8} dx;$

п) $\int \frac{x^3-2}{x^3+2x^2+x} dx;$

р) $\int \frac{dx}{2+\sin x};$

с) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}} dx;$

т) $\int \sin x \cdot \cos 3x dx;$

у) $\int \cos^4 x dx;$

ф) $\int \frac{dx}{\sqrt{2+e^x}}.$

Задание 2: Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}};$

б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+11}.$

Задание 3: Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 - 4$ и прямыми $y = 0$, $x = -1$ ($x \geq -1$);

б) длину одной арки циклоиды: $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases};$

в) объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = \frac{1}{4}x^2$, прямой $x = 4$ и осью Ox .

Вариант 5.

Задание 1: Вычислить интегралы:

а) $\int \left(x^4 - \frac{1}{2}x + \sqrt[3]{3x} \right) dx;$

б) $\int \frac{xdx}{(1+x^2)^5};$

в) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}};$

г) $\int \frac{dx}{x+3};$

д) $\int \frac{\cos x}{1+3\sin x} dx;$

е) $\int e^{2x} dx;$

ж) $\int 2^{-x^2} x dx;$

з) $\int (1 - \sin 3x) dx;$

и) $\int \frac{dx}{\cos^2 4x};$

к) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx;$

л) $\int tg 3x dx;$

м) $\int (x+5)e^{2x} dx;$

н) $\int x^7 \ln x dx;$

о) $\int \frac{x+2}{x^3-x^2-2x} dx;$

п) $\int \frac{x^4-3}{x^2-25} dx;$

р) $\int \frac{dx}{\cos x + 3\sin x};$

с) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+1} + \sqrt[4]{3x+1}};$

т) $\int \cos 3x \sin 2x dx;$

у) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx;$

ф) $\int \sqrt{4+e^x} dx.$

Задание 2: Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4};$

б) $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$

Задание 3: Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной гиперболой $xy = 9$, осью OX и прямыми $x = 3$ и $x = 6$;

б) длину дуги одного оборота спирали Архимеда $\rho = 3\varphi$;

в) объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной полуэллипсом $y = 3\sqrt{1-x^2}$, параболой $x = \sqrt{1-y}$ и осью Oy .