Вариант 1.

8.1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{-8x^2}^{-2x+6} f(x,y)dy$

8.2. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_{D} xy^2 dxdy,\quad D: y = x^2,\ y = 2x$

8.3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным: $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\dfrac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}dy$

8.4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями $x = 0;\quad y = e^x;\quad y = e$

8.5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int\limits_{\angle} (x^2 + y^2) dl,\quad где\ \angle - окружность\ x^2 + y^2 = 4$

8.6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $x^2+z^2=1,\ 2x+y=2,\ y\text{-}2,\ z=0\quad x>0,\ y>0,\ z>0$

8.7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $x^2 + y^2 = 4,\quad x = 0, y = 0\qquad x>0,\ y>0$

8.8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x,y,z)$ è $V(x,y,z)$ в точке $M(x,y,z)$ $U = \dfrac{yz^2}{x^2},\quad V = \dfrac{x^2}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3,\quad M\left(\sqrt{2}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Вариант 2.

8.1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования $\int\limits_{1}^{3} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$

8.2. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint xy^3 dxdy,\ D: y = x^3,\ y \geq 0,\ y = 4x$

8.3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

к полярным: $\int\limits_{-2}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x}}^{\sqrt{4-x^2}} \sin\sqrt{x^2+y^2}\, dy$

8.4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями

$x+1=0; \quad y = arc\sin x; \quad y = \frac{\pi}{2}$

8.5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$\int\limits_{\angle} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$, *где* $\angle$ *− отрезок прямой, соединяющий точки* $O(0,0)$ *и* $B(2,2)$

8.6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $y^2+z^2=4,\ x^2+y^2=4,\ x=0,\ y=0,\ x>0,\ y>0,\ z>0$

8.7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1, \quad x=3, \quad y=2$

8.8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x,y,z)$ *è* $V(x,y,z)$ в точке $M(x,y,z)$ $U = \frac{x}{yz^2}, \quad V = x^2 - y^2 - 3z^2, \quad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Вариант 3.

8.1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования $\int_0^1 dy \int_{-4y-4}^{-8y^3} f(x,y)dx$

8.2. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint_D (x+y)dxdy, \quad D: y^2 = x, \ y = x$

8.3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

к полярным: $\int_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$

8.4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями

$x = 1; \quad y = arctgx; \quad y + \frac{\pi}{4} = 0$

8.5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$\int_{\angle} \left(4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}\right)dl,$ *где* $\angle -$ *отрезок прямой, соединяющий точки* $A(0,4)$ *и* $B(4,0)$

8.6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $x^2+y^2=z^2, \ x+y=1, \ x=0, \ y=0, \ x>0, \ y>0, \ z>0$

8.7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1, \quad x = 2, \quad y = 3$

8.8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x,y,z)$ *è* $V(x,y,z)$ в точке $M(x,y,z)$ $U = \frac{1}{xyz}, \quad V = x^2 + 9y^2 + 6z^2, \quad M\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

Вариант 4.

8.1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования $\int_0^1 dx \int_{8x^3}^{4x+4} f(x,y)dy$

8.2. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint_D \left(x^3-2y\right)dxdy, \quad D: y=x^2-1,\ y=0$

8.3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным: $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{tg\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$

8.4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями $y=\ln x; \quad x+2y-2=e; \quad y=0$

8.5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int_{\angle} ydl$, *где* $\angle$ – *дуга астроиды* $x=\cos^3 t, \quad y=\sin^3 t$, *заключенная между точками* $A(1,0)$ *и* $B(0,1)$

8.6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее.
$y^2+z^2=y, \quad y^2+z^2=x^2, \ x=y, \ x>0, \ y>0, \ z>0$

8.7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $y^2=2x, \quad x=1$

8.8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x,y,z)$ *è* $V(x,y,z)$ в точке $M(x,y,z)$ $U = x^2yz^2, \quad V = \frac{3}{2}x^2+3y^2-2z^2, \quad M\left(2, \frac{1}{3}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

Вариант 5.

8.1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{2y-6}^{8y^3} f(x,y)dx$

8.2. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (1+y)dxdy, \quad D: y^2 = x, \quad 5y = x$

8.3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным: $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \cos(x^2+y^2)dy$

8.4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями $y = tgx; \quad y = ctgx; \quad y = 0; \quad \left(0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}\right)$

8.5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int\limits_{\angle} \sqrt{2ydl}$, *где* $\angle$ *– первая прка циклоиды* $x = 2(t - \sin t), \; y = 2(1 - \cos t)$

8.6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $z^2=2xy, \; x=y^2, \; y=1, \; z=0 \quad x>0, \; y>0, \; z>0$

8.7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $x^2 = 2y, \quad 2x = y^2$

8.8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x,y,z)$ *è* $V(x,y,z)$ в точке $M(x,y,z)$ $U = \dfrac{yz^2}{x}, \quad V = x^2 - y^2 - 3z^2, \quad M\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$